PŘEDNÁŠKA

3

TEORIE HER

smíšené rozšíření maticových her

Maticové hry – smíšené rozšíření

- Antagonistický konflikt
- pokud konečné prostory strategií, je možno hru s nulovým součtem (1 vyhraje, 1 prohraje) znázornit maticí A, kde hodnota výplatní funkce se rovná prvku matice

A

a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
a_{21}	…	…	
…	…	…	
a_{m1}	…	…	a_{mn}

- **Obecně: maticová hra: A≥0 [m x n]**

Maticové hry – smíšené rozšíření

- Hledáme sedlový bod

	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	min	
	a_{21}	…	…		min	
	…	…	…		min	max
A	a_{m1}	…	…	a_{mn}	min	
	max	max	max			
		min				

- dolní cena hry v_1 – minimální zaručená výhra 1. hráče $v_1 = \max_i \min_j (a_{ij})$
- horní cena hry v_2 – maximální zaručená prohra 2. hráče $v_2 = \min_j \max_i (a_{ij})$

Smíšení rozšíření maticové hry

- Pokud hra nemá sedlový bod, řeší se jako smíšené rozšíření maticové hry
- Hry s prostory strategií

$$S^S\{p = (p_1, p_2, \ldots, p_m), p_1 + p_2 + \ldots + p_m = 1\}$$
$$T^S\{q = (q_1, q_2, \ldots, q_n), q_1 + q_2 + \ldots + q_n = 1\}$$

- výplatní funkce $P(p,q) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_i a_{ij} q_j = \overline{p} \cdot A \cdot \overline{q}^T$

Smíšení rozšíření maticové hry

- Přiřadíme dvojici sdružených úloh lineárního programování.
- Smíšené rozšíření každé maticová hry má řešení v rovnovážných strategiích.
- Platí, že

$$\overline{p} \cdot A \cdot \overline{q}^{*T} \leq \overline{p}^{*} \cdot A \cdot \overline{q}^{*T} \leq \overline{p}^{*} \cdot A \cdot \overline{q}^{T} \quad pro \quad všechna \quad \overline{p}, \overline{q} \in S^{S}, T^{S}$$

- (V ryzích strategiích platí $f(x,y_0) \leq f(x_0,y_0) \leq f(x_0,y)$)

- přiřadíme dvojici lineárně sdružených úloh lineárního programování

$x_1' + x_2' + \cdots + x_m' = \frac{1}{v} = min$	$y_1' + y_2' + \cdots + y_n' = \frac{1}{v} = max$
$a_{11}x_1' + a_{21}x_2' + \cdots + a_{m1}x_m' \geq 1$	$a_{11}y_1' + a_{12}y_2' + \cdots + a_{1n}y_n' \leq 1$
...	...
$a_{1n}x_1' + a_{2n}x_2' + \cdots + a_{mn}x_m' \geq 1$	$a_{m1}y_1' + a_{2m}y_2' + \cdots + a_{mn}y_n' \leq 1$
$\bar{x}_0' = (x_{10}', \ldots, x_{m0}')$ je optimální řešení levé úlohy	$\bar{y}_0' = (y_{10}', \ldots, y_{n0}')$ je optimální řešení pravé úlohy
$\bar{x}_o = (x_{1o}, \ldots, x_{mo})$ Pro níž platí $\bar{x}_o = v \cdot x_0'$ Je optimální smíšená strategie 1. hráče	$\bar{y}_o = (y_{10}, \ldots, y_{n0})$ Pro níž platí $\bar{y}_o = v \cdot y_0'$ Je optimální smíšená strategie 2. hráče
$v = (\sum_{i=1}^{m} x_{oi}')^{-1}$ v je cena hry	$v = (\sum_{j=1}^{n} y_{oi}')^{-1}$ v je cena hry

Smíšení rozšíření maticové hry

- Vyplývá základní věta

- **Smíšené rozšíření každé maticové hry má řešení v rovnovážných strategiích**

Nedominované řešení X:

neexistuje jiné řešení Y tak,

aby $f_i(Y) \geq f_i(X)$ pro všechna $i=1, \ldots, p$

a $f_i(Y) > f_i(X)$ alespoň pro jedno $j \in \{1,\ldots,p\}$

věta:

- pokud je extrém v bodě p*, kde $g_j(p^*)=g_k(p^*)=v$ pro strategie j a k, pak složky rovnovážné strategie hráče 2 s indexy různými od j a k jsou rovny nule

Děkuji za pozornost

Zdroje

- http://www.iterated-prisoners-dilemma.net/
- Hykšová M. Teorie her a optimální rozhodování – podklady k předmětu. FD ČVUT [http://euler.fd.cvut.cz/predmety/teorie_her/].
- Drulák P. *Teorie her: matematika interaktivního rozhodování* [http://www.portal.cz/scripts/detail.php?id=2232].