PŘEDNÁŠKA

6

MULTIKRITERIÁLNÍ ROZHODOVÁNÍ – KOMPLEXNÍ HODNOCENÍ ALTERNATIV

Multikriteriální rozhodování

- Možnosti řešení podle toho, jaká je množina alternativ
  - pokud množina alternativ X je zadaná implicitně – vektorová optimalizace
  - zadaná přímým výčtem (konečná množina) – komplexní hodnocení alternativ

- $DS=(I=\{1\}, X, \underline{f}(\underline{x}))$
- $\underline{f}(\underline{x})=[f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}),\dots f_r(\underline{x})]$

Komplexní hodnocení alternativ

– zadána konečná množina alternativ (řádově desítky)

– zadán konečný soubor charakteristik definujících preferenční relace

Komplexní hodnocení alternativ

Úkol:

- na základě dílčích charakteristik najít výslednou charakteristiku, která umožní buď:
- stanovit nejlepší alternativu
- uspořádat alternativy od nejlepší po nejhorší
- nebo alespoň vyloučit neefektivní alternativy

Komplexní hodnocení alternativ

- zapisujeme do matice

$$P\left[f_{ik}\right]_m^r$$

- kde f_{ik} je hodnocení i-té alternativy dle k-té charakteristiky (i=1, ..., m; k=1, ..., r)
- obvykle je potřeba znát preferenční informaci o relativní důležitosti jednotlivých charakteristik

Komplexní hodnocení alternativ

Analogicky jako u vektorové optimalizace:

- efektivní (nedominovaná) alternativa
- ideální alternativa
- kompromisní alternativa

Komplexní hodnocení alternativ

- Před vlastním komplexním hodnocením alternativ je vhodné analyzovat soubor dílčích kritérií z hlediska jejich:
  - počtu
  - nezávislosti
  - konfliktnosti
  - redundantnosti
  - atd.

Metody

- nevyžadující preferenční informaci
- vyžadující hierarchické uspořádání charakteristik podle důležitosti
- s kvantitativními vahami charakteristik

Metody nevyžadující preferenční informaci

- charakteristiky ≈ stavy přírody
- normovaná F' ≈ výplatní matice
- použití kritérií rozhodování za neurčitosti
- nevýhoda: musí být kvantitativní a srovnatelné

Metody vyžadující hierarchické uspořádání charakteristik podle důležitosti

- lexikografická metoda

Metody s kvantitativními vahami charakteristik

charakteristiky mají váhy $v_1,\ldots, v_r$ $\sum v_k=1$, $v_k \in \langle 0;1 \rangle$, $k=1, \ldots, r$

- metoda váženého součtu

$$\sum_{k=1}^{r} v_k f_{ik}' = MAX$$

  - podmínka: charakteristiky nezávislé (výsledný užitek je součtem dílčích užitků)
  - charakteristiky srovnatelné – musí být nějak normovány

Metody s kvantitativními vahami charakteristik

- metoda permutační

- metody založené na prazích citlivosti
  - např. AGREPREF (práh indiference, práh preference)

Zajištění srovnatelnosti charakterstik

- 1. normováním
- pro kvantitativní charakteristiky, vyjádření ve vzájemně převeditelných jednotách
- např.
- a. $f_{ik}' = \dfrac{f_{ik} - \min\limits_i f_{ik}}{\max\limits_i f_{ik} - \min\limits_i f_{ik}}$ - pro zisková kritéria
  - výsledek $\in \langle 0;1 \rangle$, 0 – nejhorší varianta, 1 – nejlepší varianta
  - pro nákladová kritéria $f_{ik}' = \dfrac{\max\limits_i f_{ik} - f_{ik}}{\max\limits_i f_{ik} - \min\limits_i f_{ik}}$
- b. Zisková kritéria $f_{ik}' = \dfrac{f_{ik}}{\max\limits_i f_{ik}}$
  - pro nákladová $f_{ik}' = \dfrac{\min\limits_i f_{ik}}{f_{ik}}$

Zajištění srovnatelnosti charakterstik

- 2. metoda bazické alternativy
  - všechny alternativy srovnám s nějakou **vhodně zvolenou** *(problém, ovlivní výsledek)* alternativou

$$f_{ik}' = \frac{f_{ik}}{f_{bk}}$$

  - $f_{bk} \neq 0$ $i=1, \ldots, m$ $k=1, \ldots, r$

Zajištění srovnatelnosti charakterstik

- 3. bodovací metoda
  - všechny alternativy se podle charakteristik obodují na základě předem stanovené škály (kvantitativní i kvalitativní charakteristiky) – např. 1 až 10
  - *volba škály je slabým místem*

Zajištění srovnatelnosti charakterstik

- 4. Metoda pořadí
  - alternativám se přiřadí pořadí podle jednotlivých charakteristik
  - (nejlepší – nejvyšší pořadí, rovnocenné – aritmetický průměr pořadových čísel)

Permutační metoda

- výhoda – pro kvantitativní i kvalitativní kritéria
- $I_{ij}=\{k\ :\ x_i\ R_k\ x_j\}$ zavedeme relaci R_k, která znamená je preferováno nebo je indiferentní
  - množina indexů charakteristik, pro něž je x_i preferována před x_j nebo je indiferentní
- pro každou dvojici (x_i, x_j) vypočteme součet vah
- uděláme tabulku součtů vah (porovnáme všechny dvojice alternativ)

	x_1	x_2	...	x_m
x_1	1	b_{12}	...	b_{1m}
x_2	b_{21}	1	...	...
...	...	...	1	...
x_m	b_{m1}	...	...	1

Permutační metoda

- pořadí alternativ v matici je jedna z možných permutací
- hledáme takovou permutaci, aby alternativa na 1. místě byla preferována před alternativou na 2. místě, ta před alternativou na 3. místě, ...
- b_{ij} reprezentuje pro $i<j$ shodu se sestupným pořadím
- pro $i>j$ neshodu se tímto pořadím
- →hledáme permutaci, pro kterou (součet hodnot na a nad diagonálou minus součet hodnot pod diagonálou je co největší)

Metody založené na prazích citlivosti

princip: pro každou dvojici alternativ rozdělíme charakteristiky na 3 disjunktní podmnožiny:

- 1. I_{ij} charakteristik preferujících x_i před x_j: $I_{ij}=\{k\ :\ f_{ik} - f_{jk} > a_k\}$
- 2. I_{ji} charakteristik preferujících x_j před x_i: $I_{ji}=\{k\ :\ f_{jk} - f_{ik} > a_k\}$
- 3. $I_{i=j}$ charakteristik, dle nichž jsou x_i a x_j indiferentní: $I_{i=j}=\{k\ :\ |f_{ik} - f_{jk}| \le a_k\}$
  - kde a_k jsou zadané indiferenční tolerance charakteristik

Metody založené na prazích citlivosti

- pro tyto podmnožiny získáme součty vah charakteristik
- $$S_{ij} = \sum_{k \in I_{ij}} v_k \qquad S_{ji} = \sum_{k \in I_{ji}} v_k \qquad S_{i=j} = \sum_{k \in I_{i=j}} v_k$$
- Porovnání součtů je základ pro stanovení relace (např. pokud $S_{i=j}$ je výrazně větší než ostatní S, je možno považovat varianty za rovnocenné)

Metoda AGREPREF

- Dva prahy citlivosti
  - a. práh indiference $b \in \langle 0;1 \rangle$
    - dolní mez součtu $S_{i=j}$ vah charakteristik, z jejichž hlediska jsou varianty x_i, x_j indiferentní
  - b. práh preference $c \in \langle 0;1 \rangle$
    - dolní mez rozdílu S_{ij} - S_{ji} – udává hranici pro stanovení preference x_i před x_j

  - Výsledek: charakteristika V(b,c)= (I(b), P(c))
    - I(b) – relace indiference
    - P(c) – relace preference
    - $x_i \; I(b) \; x_j \Leftrightarrow S_{i=j} \geq b$ znamená varianty x_i a x_j jsou indiferentní
    - $x_i \; P(c) \; x_j \Leftrightarrow S_{ij} - S_{ji} \geq c$ znamená varianta x_i je preferována před x_j

  - pokud nelze rozhodnout o I(b) nebo P(c), jsou varianty nesrovnatelné

Metoda AGREPREF

- Vyhodnocení:
  - Charakteristice V(b,c) přiřadíme orientovaný graf:
  - X – množina uzlů (alternativy)
  - V – množina hran V={(x_i, x_j): x_i V(b,c) x_j }

  (je hrana, pokud mohu alternativy pro dané prahy citlivosti porovnat)
  - Neporovnatelné varianty – izolované uzly
  - Pokud je graf acyklický: počáteční uzly – nejlepší varianty
  - koncové uzly – nejhorší varianty
  - Pokud je graf cyklický – uzly cyklu jsou stejně hodnocené (pro dané parametry citlivosti b, c)
  - Pro jejich rozlišení je nutno upravit prahy citlivosti

Děkuji za pozornost

Zdroje

- Hanuš, Píšek. Rozhodovací analýza
  Rozhodovací analýza příklady
- Dudorkin. Systémové inženýrství a rozhodování
- Chobot, Turnovcová. Modely rozhodování v konfliktných situáciách a za neurčitosti.